IDEEN
VORSCHLAEGE ERFINDUNGEN

IVE

15. Januar 2015
Verbesserung
3 Seiten

Josef Braun
Pesenlern 61
85456 Wartenberg

Tel.: 08762/2974
Am besten Mo – Do
von 10 Uhr – 12 Uhr

E-Mail: Braun-Wartenberg@t-online.de
Homepage: ive.xyz

Widerlegung der mathematischen Divergenz

Inhaltsverzeichnis:

Einleitung:

Die mathematische Divergenz hat u.a. einen Einfluß auf die Maxwell-Gleichungen und ist somit u.a. von grundlegender Bedeutung für die Elektrodynamik.

1. Veranschaulichung

Zur koordinatenunabhängigen Definition der Divergenz eines Vektorfelds $\boldsymbol{F}$ in einem Raumpunkt $\boldsymbol{r}$ wird ein Gebiet G (**Bild)** mit dem Punkt $\boldsymbol{r}$ betrachtet, dessen Rand aus einer geschlossenen, einfachen, stückweise glatten Fläche A besteht. Die Divergenz des Vektorfeldes $\boldsymbol{F}$ im Raumpunkt $\boldsymbol{r}$ ist definiert durch

$$\operatorname{div}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \lim_{V \to 0} \frac{\oint\!\!\oint \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{V}$$

wobei $\oint\!\!\oint \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ das Hüllenintegral des Vektorfelds $\boldsymbol{F}$ durch die Fläche A darstellt und V das Volumen des von der Fläche A eingeschlossenen Gebiets G. Beim Grenzübergang schrumpft die geschlossene Fläche A auf den Punkt $\boldsymbol{r}$ zusammen.*

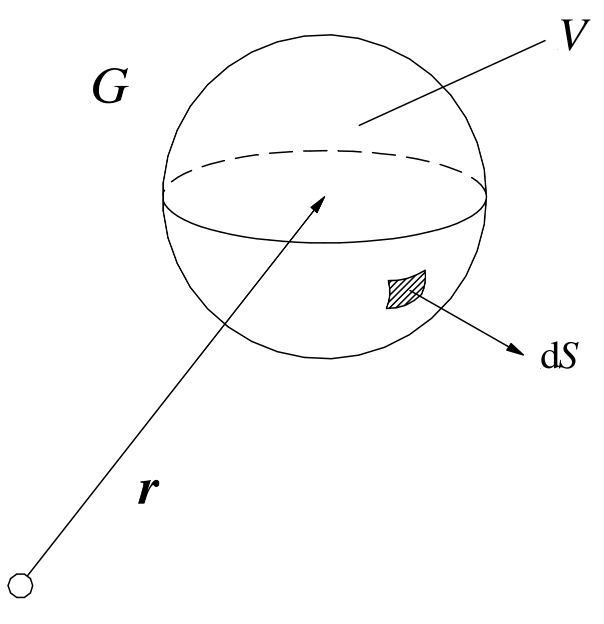

Bild: Orientierung zur Divergenz eines Vektorfeldes

* Vgl. (ganzer Abschnitt) Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 16. Auflage, Springer-Verlag, Seite A 75

2. Beweisführung[**] (falls eine Divergenz existiert)

$$\operatorname{div}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \lim_{V\to 0}\frac{\oiint \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{V}^{a)} = \lim_{V\to 0}\frac{\oiint \|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\|\cdot\|\mathrm{d}\boldsymbol{S}\|\cos\alpha}{V}^{b)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{del´Hospital:}$$

mit $\|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\| = \text{konst.}$ und $\cos\alpha = \text{konst.}$ und $\|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\|\cos\alpha = K, K \neq 0 \Rightarrow \oiint K\|\mathrm{d}\boldsymbol{S}\| = K\,A$ mit $A =$ Fläche des Gebiets G. Das Gebiet wird jetzt durch eine Kugel angenähert $\Rightarrow A = 4\pi R^2$ mit $R =$ Radius Kugel. Das Volumen der Kugel ist laut Bild V mit

$$V = \frac{4}{3}R^3\pi \Rightarrow R^3 = \frac{3V}{4\pi} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \Rightarrow A = 4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\right)^2 = 4\pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{2/3} \Rightarrow K\,A = K\,4\pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{2/3}$$

$$\text{ist del´Hospital}\quad \frac{\dfrac{\mathrm{d}\left(\oiint \|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\|\cdot\|\mathrm{d}\boldsymbol{S}\|\cos\alpha\right)}{\mathrm{d}V}}{1} = \frac{\mathrm{d}(KA)}{\mathrm{d}V} =$$

$$= \frac{\mathrm{d}\left(K\,4\pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{2/3}\right)}{\mathrm{d}V} = \left(K\,4\pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{2/3}\right)' = K\,4\pi\frac{2}{3}\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{-1/3} = \frac{K4\pi2}{3}\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3V}} \quad \text{mit } V\to 0 \Rightarrow$$

$$\lim_{V\to 0}\frac{K4\pi2}{3}\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3V}} = \pm\infty \Rightarrow \operatorname{div}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \pm\infty$$

und das ergibt keinen Sinn, wenn die Divergenz immer $\pm\infty$ ist, wenn $K \neq 0$.

[a)] $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ und d$\boldsymbol{S}$ als Vektoren

[b)] Falls ein Volumen V gegen null geht, so geht auch die Fläche gegen null und damit auch das Hüllenintegral

3. Literaturverzeichnis

•Bronstein, Semendjajew, Musiol, Mühlig, Taschenbuch der Mathematik, 5., überarbeitete und erweiterte Auflage, Verlag Harri Deutsch

•W. Beitz und K.-H. Küttner (Hrsg.), Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 16. Auflage, Springer-Verlag,

•Pedro Waloschek, Wörterbuch Physik, Tosa, Lizenzausgabe 2006

•T. Fließbach, Elektrodynamik, Spektrum Akademischer Verlag, 5. Auflage, Heidelberg 2008

•Lothar Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3, 6. Auflage, Vieweg+Teubner

•Braun Josef / IVE, Widerlegung der mathematischen Rotation, Pesenlern 2012

Und ich danke allen, denen ich zu danken habe.

[**] Ist hier die Grenzwertberechnung