



# Thermodynamische Ansätze

## 1. Wiederholung / Folgerung

**Vereinfachung:** Reversibel, ideales Gas, prinzipielle Betrachtung mit nur einem Teilchen (als elastische ausdehnungslose Kugel)

- a) Isotherme Zustandsänderung ( $T = \text{konstant}$ )
- b) Absolute Entropie bei der isothermen Zustandsänderung

## 2. Ansätze beim Wärmeübergang

- a) Entropiebetrachtungen
- b) Dissipationsbetrachtungen

## 3. Zusätzliche Entropiebetrachtung bei der Isentropen

# 4. Irreversible Entropiegeschwindigkeitsbetrachtung bei der Adiabaten

## 5. Literaturverzeichnis

### 1. Wiederholung / Folgerung

**Vereinfachung:** Reversibel, ideales Gas, prinzipielle Betrachtung mit nur einem Teilchen (als elastische ausdehnungslose Kugel)

a) Isotherme Zustandsänderung ( $T = \text{konstant}$ )

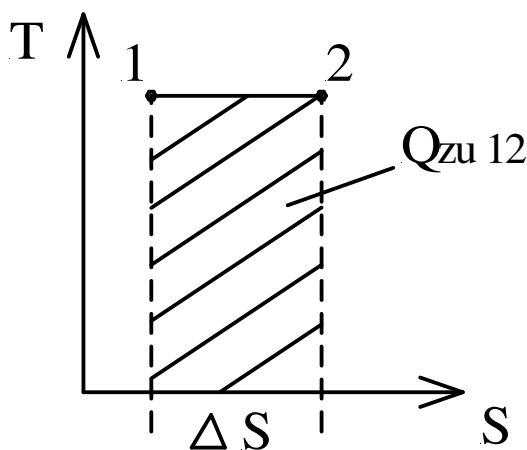


Bild 1: T,S-Diagramm mit zugeführter Wärme

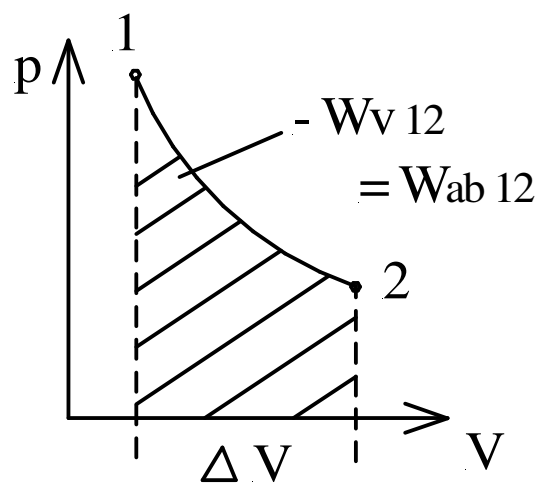


Bild 2: p,V-Diagramm mit Volumenänderungsarbeit

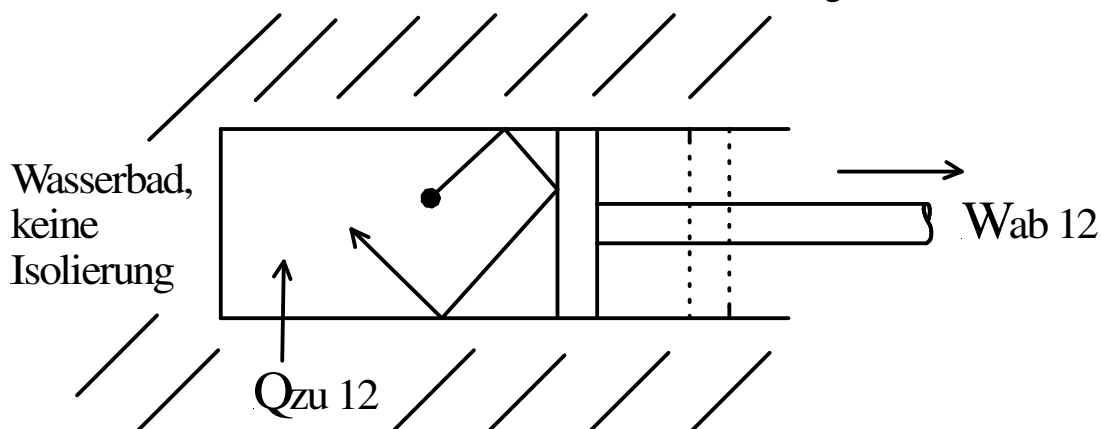


Bild 3: Teilchen im Zylinder mit Geschwindigkeitsabgabe  $\Delta v_{ab}$  am Kolben

$Q_{zu\ 12} = W_{ab\ 12}$ ,  $Q_{zu\ 12} = \Delta S T$ ,  $W_{ab\ 12} = \Delta E_{kin\ ab} = 1/2 m \Delta v_{ab}^2 = \Delta S T$ ,  
 $\Delta v_{ab}^2 = v^2$  (nach dem Kolben) -  $v^2$  (vor dem Kolben), es wird in Beträgen  
gerechnet, das  $\Delta v_{ab}$  (am Kolben) wird durch die Wärme wieder zugeführt =>  
 $T \approx$  konstant, bei vielen Teilchen ist dies eh zur selben Zeit ausgeglichen

$$\overline{E_{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \text{ mit } 3 \frac{R}{N_A} = K \text{ (K - nur der Übersichtlichkeit)}$$

$$T \frac{K}{2} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}, \quad T = \frac{m \overline{v^2}}{K}, \quad \Delta S T = \frac{1}{2} m \Delta v_{ab}^2, \quad \Delta S = \frac{m \Delta v_{ab}^2 K}{2 m v^2} = \frac{\Delta v_{ab}^2 3 R}{v^2 2 N_A}$$

Zu K, wegen K nur vorübergehend, siehe Fußnote <sup>1)</sup>.

Bei der isothermen Expansion ergibt sich die Entropiedifferenz / -erhöhung prinzipiell aus dem Verhältnis der Differenz der quadrierten Geschwindigkeiten am Kolben zum gemittelten Quadrat der absoluten Geschwindigkeit.

## b) Absolute Entropie bei der isothermen Zustandsänderung

Aus  $\Delta S = \frac{\Delta v_{ab}^2 3 R}{v^2 2 N_A}$  folgt  $dS = \frac{dv^2 3 R}{v^2 2 N_A}$  integriert:  $S = (\ln v^2) \frac{3 R}{2 N_A} + C$

$$S = \frac{3 R}{N_A} \ln v + C$$

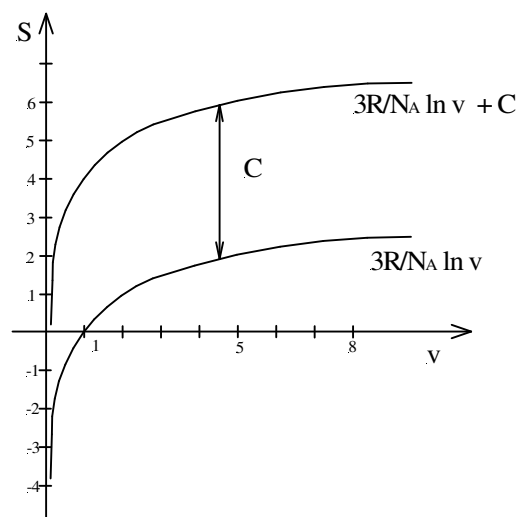


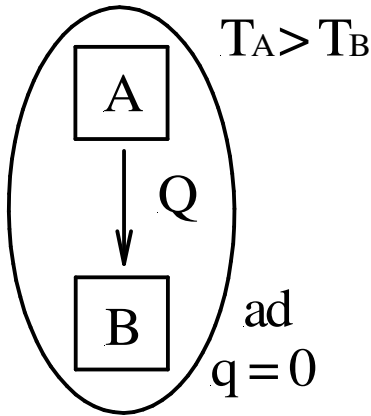
Bild 4: Prinzipielle Verhältnisse von Geschwindigkeit und absoluter Entropie

<sup>1)</sup> Da die universelle, allgemeine, molare Gaskonstante pro Teilchen  $R/N_A$  nicht mit  $k_B$  abgekürzt wurde, weil es ist doch verwirrend, sehr kompliziert aus 2 Naturkonstanten eine Naturkonstante mit ganz neuem / anderem Namen zu verstehen. Und Konstante schreibt man groß. Weiter hinten im Aufsatz ergibt sich  $R^2/N_A^2$  – dann dies mit  $K_{Br}$  abkürzen? – Braun-Konstante, das würde ich nicht wollen!

Besser wäre es doch  $R/N_A$  mit  $R_1$  abzukürzen.

## 2. Ansätze beim Wärmeübergang

### a) Entropiebetrachtungen



Wasserstoff in 2 gleich großen Systemen A und B, deren Volumen sich nicht ändert => isochore Zustandsänderung

$$p_B = p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$t_B = t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_B = T_1 = 273,15 \text{ K}$$

$$t_A = t_2 = 600 \text{ °C} \Rightarrow T_A = T_2 = 873,15 \text{ K}$$

Ausgleich bei 300 °C / 573,15 K

$$p_A = p_2 = p_1 T_2 / T_1$$

Bild 5: Adiabates Gesamtsystem

$$\Delta s = c_{pm} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_{H_2} \ln \frac{p_2}{p_1}, \quad R_{H_2} = 4,125 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$\Delta s$  zwischen 0 °C und 600 °C:

$$c_{pm} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{600^\circ\text{C}} = 14,54 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad p_2 = 1 \text{ bar} \frac{(600 + 273,15) \text{ K}}{273,15 \text{ K}} = 3,1966 \text{ bar}$$

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 600 \text{ °C}) = 14,54 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \ln \frac{(600 + 273,15) \text{ K}}{273,15 \text{ K}} - 4,125 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \ln \frac{3,2 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}$$

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 600 \text{ °C}) = 12,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$\Delta s$  zwischen 0 °C und 300 °C:

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 300 \text{ °C}) = 14,45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \ln \frac{(300 + 273,15) \text{ K}}{273,15 \text{ K}} - 4,125 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \ln \frac{2,1 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}$$

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 300 \text{ °C}) = 7,65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 100 \text{ °C}): c_{pm} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{100^\circ\text{C}} = 14,36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad \Delta s (0 \text{ °C} / 100 \text{ °C}) = 3,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta s (0 \text{ °C} / 200 \text{ °C}): c_{pm} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{200^\circ\text{C}} = 14,42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad \Delta s (0 \text{ °C} / 200 \text{ °C}) = 5,66 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta s (0^\circ\text{C} / 400^\circ\text{C}): c_{\text{pm}} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{400^\circ\text{C}} = 14,48 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \Delta s (0^\circ\text{C} / 400^\circ\text{C}) = 9,34 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\Delta s (0^\circ\text{C} / 500^\circ\text{C}): c_{\text{pm}} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{500^\circ\text{C}} = \sim 14,51 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \Delta s (0^\circ\text{C} / 500^\circ\text{C}) = 10,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

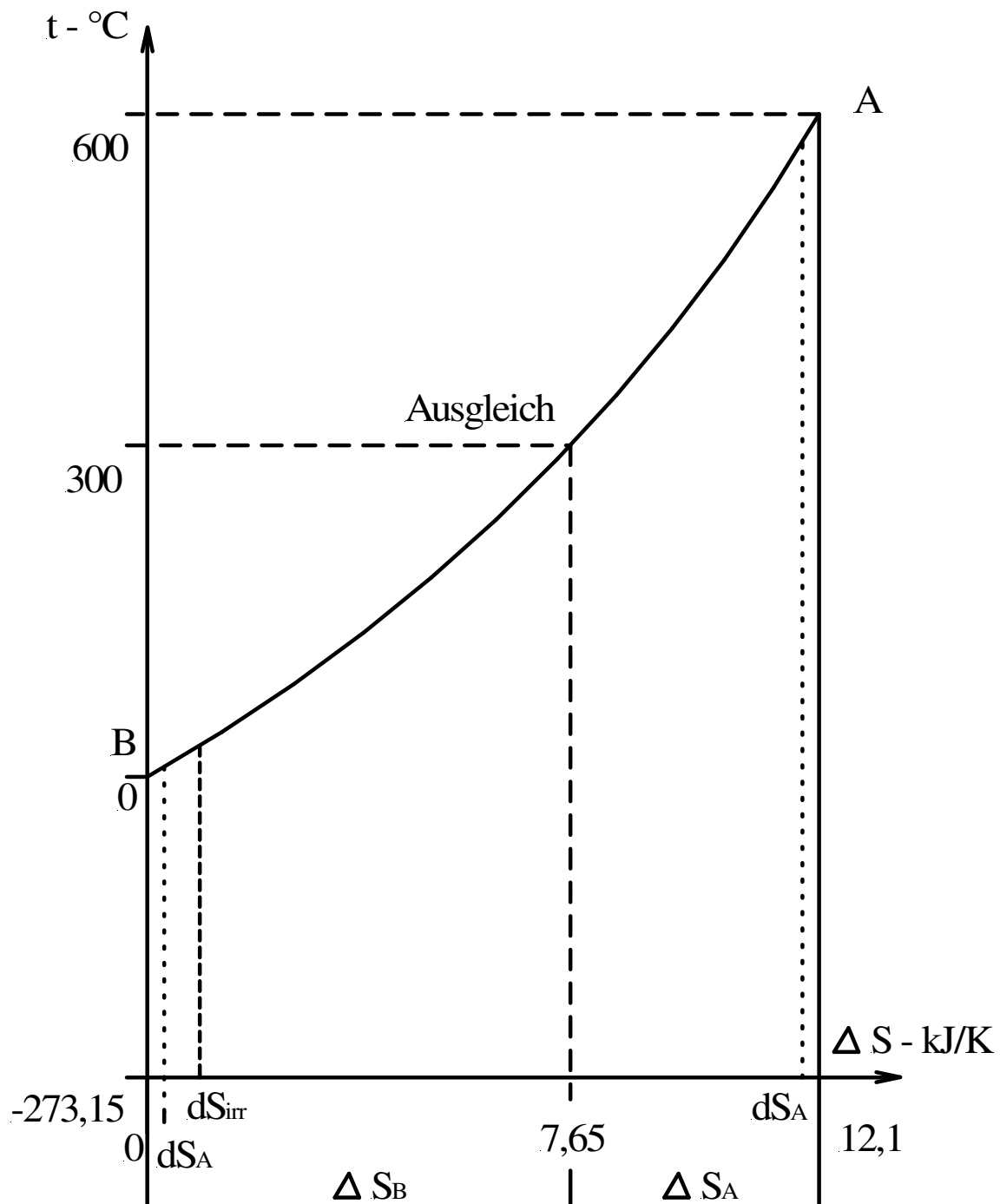


Bild 6: Diagramm beim Anfang des Ausgleichs ( $m = 1 \text{ kg}$ )

$$\Delta S_{\text{ges}} = \Delta S_{\text{irr}} = \Delta S_{\text{B}} - \Delta S_{\text{A}} = (7,65 - 4,45) \text{ kJ/K} = 3,2 \text{ kJ/K}$$

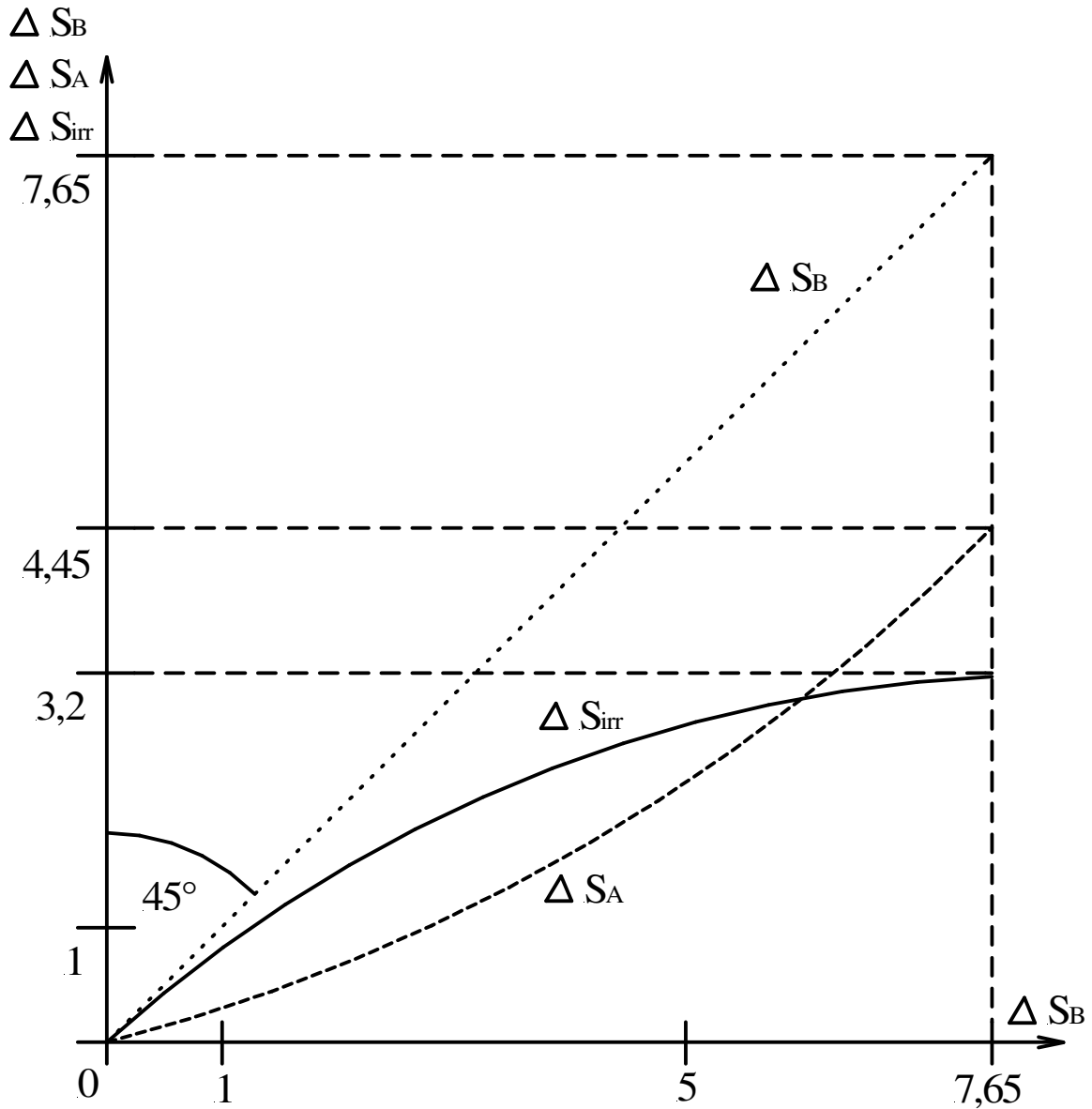


Bild 7: Angenäherte Entropieverläufe

## b) Dissipationsbetrachtungen

Beim nachfolgenden Bild 8 wird prinzipiell die Lage der Dissipation auf der rechten Seite dargestellt. Und dies wird folgend annähernd so begründet:

$$Q = \text{Diss} + Q_b, \quad Q_b = \Delta S_A T_{mB}, \quad Q = \Delta S_A T_{mA}$$

$$\text{Diss} = Q - Q_b \Rightarrow \text{Diss} = \Delta S_A (T_{mA} - T_{mB}),$$

$$(\text{Diss} = \Delta S_{irr} T_{mB}, \quad Q = \Delta S_B T_{mB})$$

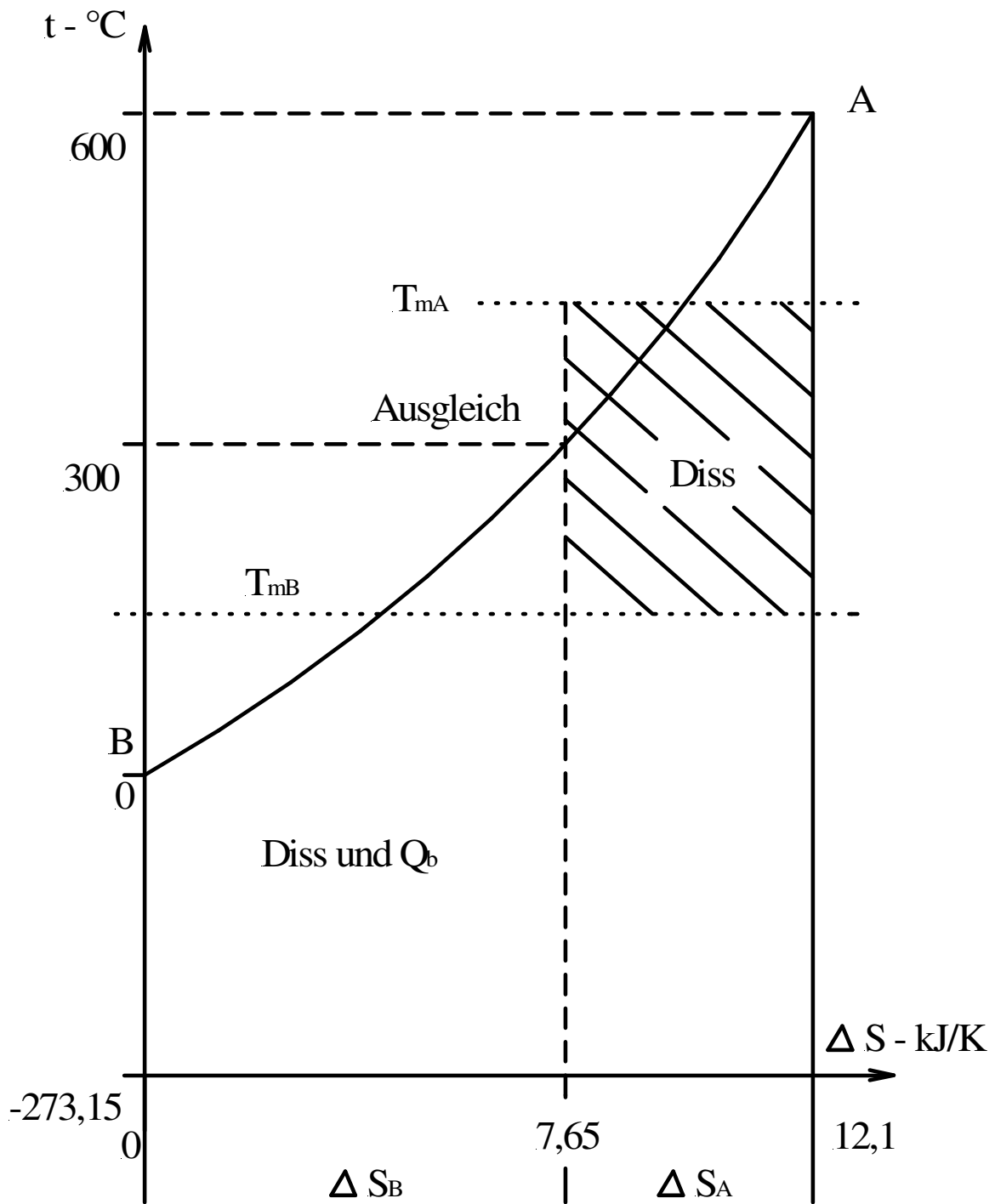


Bild 8: Prinzipielle Lage der Dissipation rechts

Beim nachfolgenden Bild 9 wird auf der linken Seite annähernd die Wärme  $Q$  in die Dissipation und der Restwärme  $Q_b$  aufgeteilt. Durch Spiegelung der Kurve bei  $Q_b$  nach rechts ergibt sich ein genauerer Verlauf der Dissipation an unterer Grenze und wenn man die obere Grenze lässt und nicht mit einer mittleren Temperatur  $T_{mA}$  annähert, so ist es oben auch noch genauer.

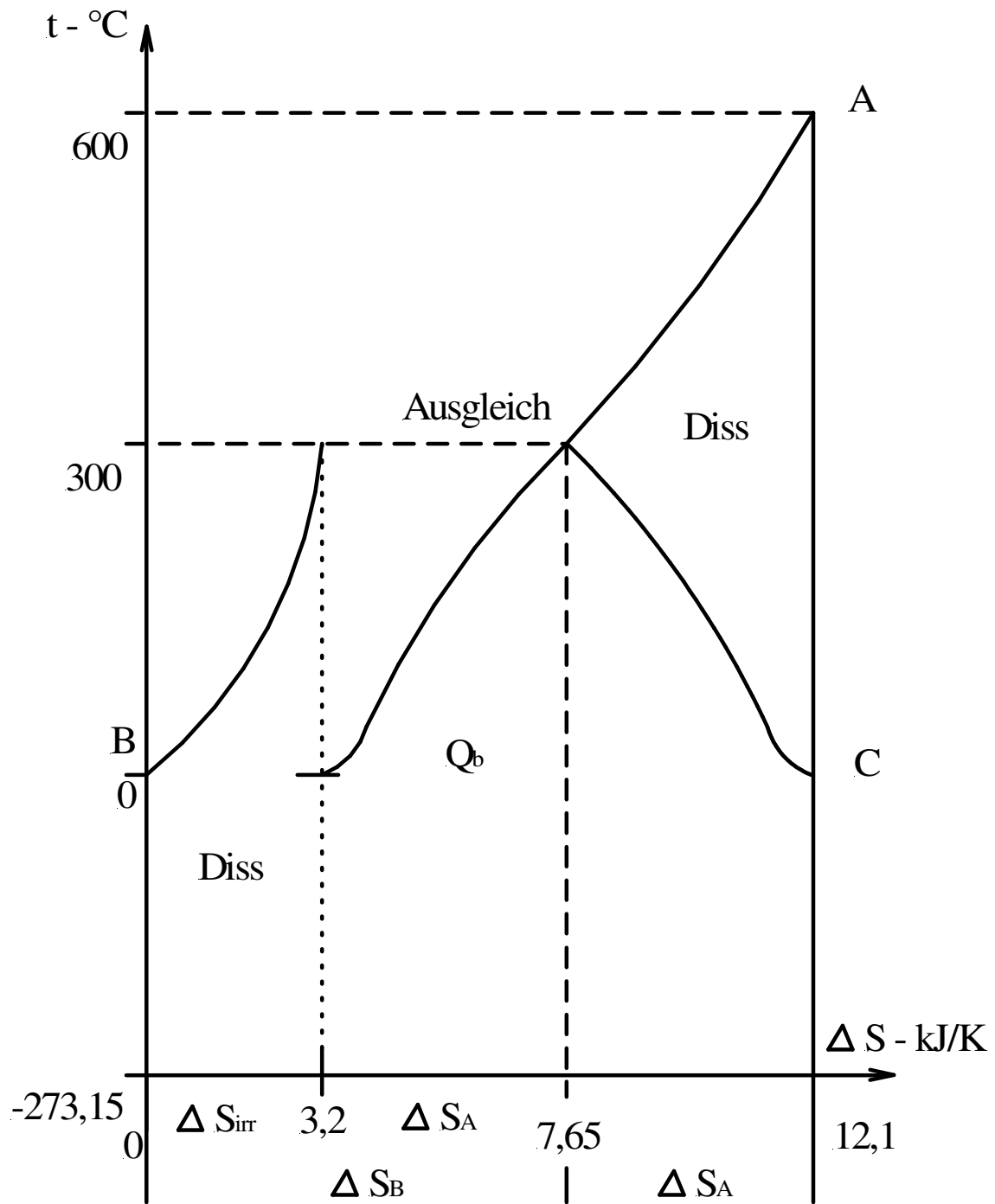


Bild 9: Aufteilung mit genauerm Verlauf der Dissipation

Die Dissipation ergibt sich auch prinzipiell aus dem Temperaturunterschied zwischen den Systemen.



### 3. Zusätzliche Entropiebetrachtung bei der Isentropen

Bei der isentropen Zustandsänderung gilt normal  $Q=0, \Delta S=0$ .

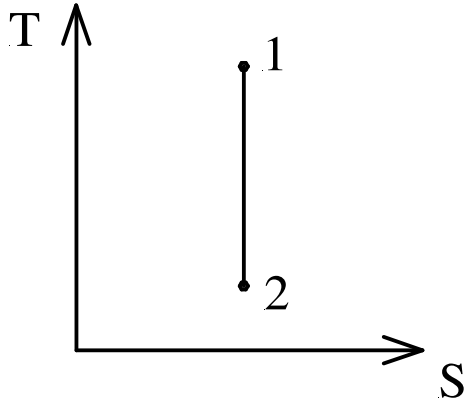


Bild 10: Isentrope Expansion im T,S - Diagramm

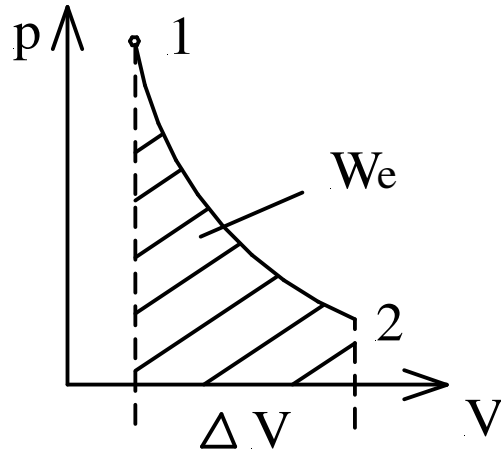


Bild 11: Isentrope Expansionsarbeit

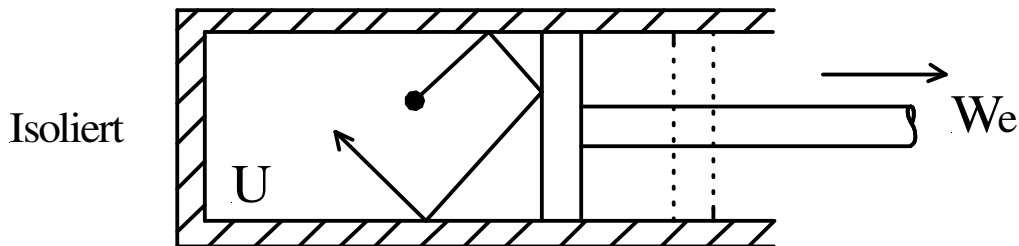


Bild 12: Teilchen im Zylinder mit innerer Energie U

Aber durch Vergleich der anderen Zustandsänderungen <sup>2)</sup> und vorne bei 1.a) Isotherme Zustandsänderung, bei denen eine Geschwindigkeitsdifferenz immer eine Rolle spielt und dadurch eine Entropieänderung stattfindet, ist bei der Isentropen keine Entropieänderung trotz Geschwindigkeitsänderung (da eine Temperaturänderung stattfindet).

Aber man kann es annähern (Vereinfachung wieder: Reversibel, ideales Gas, prinzipielle Betrachtung mit nur einem Teilchen, als elastische ausdehnungslose Kugel):

$$\Delta U = W_e, \quad mc_v \Delta T = -\bar{p} \Delta V, \quad \bar{p} = \frac{\rho}{3} \overline{v^2} = \frac{m}{3V} \overline{v^2},$$

$$\frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{1}{2} m \overline{v^2}, \quad \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \Delta T = \frac{1}{2} m \Delta \overline{v^2} \Rightarrow \Delta T = \frac{1 N_A}{3 R} m \Delta \overline{v^2}$$

<sup>2)</sup> Siehe auch Josef Braun, Andersdeutung der Entropie, ive.xyz, Pesenlern 2018

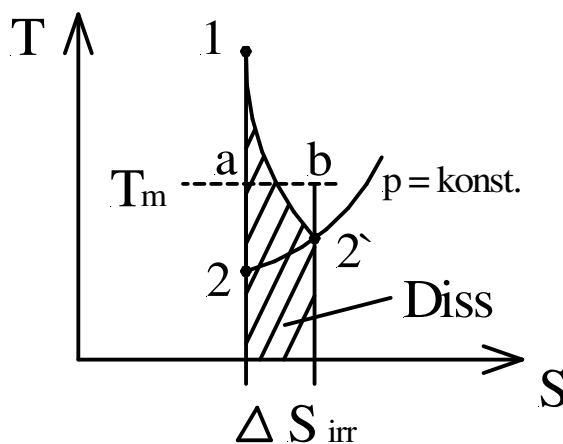
$$m c_v \frac{1 N_A}{3 R} m \Delta v^2 = -\bar{p} \Delta V \Rightarrow m c_v \frac{1 N_A}{3 R} m \Delta v^2 = -\frac{m}{3 \bar{V}} \bar{v}^2 \Delta V$$

$$\frac{\Delta v^2}{\bar{v}^2} = -\frac{R \Delta V}{N_A \bar{V} m c_v} \text{ erweitern mit } \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \text{ ergibt } \Delta S \text{ isotherm vgl.1.a) vorne}$$

$$\frac{\Delta v^2}{\bar{v}^2} \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} = -\frac{3 R R \Delta V}{2 N_A N_A \bar{V} m c_v} = -\frac{3 R^2 \Delta V}{2 N_A^2 \bar{V} m c_v} = \Delta S \ddot{A} \text{ (}\ddot{A} \text{ - \ddot{A}quivalent)}$$

Das Minus kürzt sich raus da  $v^2$  bei Punkt 2 kleiner ist als bei Punkt 1, somit die Differenz  $\Delta v^2$  negativ ist.  $S \ddot{A}$  wird als Entropieäquivalent bezeichnet.

## 4. Irreversible Entropiegeschwindigkeitsbetrachtung bei der Adiabaten



Man nehme einen Ausschnitt vom Wasserdampfzustand, ohne Kondensation.

1: Wasserdampf bei Turbineneintritt  
2: Isentroper Verlauf – keine Verluste, reversibel

2': Irreversibler Verlauf

a: Aufteilung eins

b: Aufteilung zwei

$$\text{Diss} = T_m \Delta S_{\text{irr}}$$

Bild 13: T,S-Diagramm Wasserdampf  
Verlauf 1 bis 2' wird aufgeteilt

Der adiabate Verlauf von 1 bis 2' wird aufgeteilt in 1 – a – b – 2'. Ab a geht es in den isothermen Verlauf über (waagrecht) bis zu b. Ab b geht es wieder senkrecht / vertikal weiter.

1 bis a: Isentrope Expansion, Abnahme der inneren Energie, Verrichtung von Expansionsarbeit I,  $\Delta U = W_{eI}$

a bis b: Isotherme Expansion, zugeführte Dissipation (aus der Turbinenarbeit) ist abgegebene Expansionsarbeit II,  $\text{Diss} = -W_{eII}$

b bis 2': Wieder isentrope Expansion

Vergleicht man nun  $\Delta S_{\text{irr}}$  mit dem  $\Delta S$  von der isothermen Expansion (siehe vorne bei 1a):  $\frac{\Delta v_{\text{ab}}^2}{v^2} \frac{3R}{2N_A}$  und nicht bei der Abgabe von  $\Delta v_{\text{ab}}^2$  am Kolben,

sondern von der Wärmezufuhr die entsprechend über  $\Delta v_{\text{zu}}^2$  geht), so kommt die Dissipation von der Turbinenarbeit her, ein  $\Delta v_{\text{zu}}^2$  wird zugeführt.

Gleichzeitig wird Expansionsarbeit / Volumenarbeit verrichtet, ein  $\Delta v_{\text{ab}}^2$  wird abgeführt  $\Delta v_{\text{zu}}^2 = \Delta v_{\text{ab}}^2$ , die Dissipation wird wieder an die Turbine zurückgegeben.

Weiter geht es ab b mit einer Isentropen bis  $2'$ . Bei  $2'$  ist aber die Temperatur höher als bei 2, somit ist die Geschwindigkeit des Teilchens / der Teilchen bei  $2'$  höher als bei 2. Es ist also bei Punkt  $2'$  nicht soviel Temperatur / Geschwindigkeit in Arbeit der Turbine umgewandelt worden als bei Punkt 2. Die Differenz geht von der Turbinenarbeit weg.

Insgesamt ist schließlich bei  $2'$  weniger Turbinenarbeit erzeugt worden.

## 5. Literaturverzeichnis

- Pedro Waloschek, Wörterbuch Physik, Tosa, Lizenzausgabe 2006
- Braun Josef, Andersdeutung der Entropie, ive.xyz, Pesenlern 2018
- Baehr, Thermodynamik, 8. Auflage, Springer
- Cerbe/Hoffmann, Einführung in die Wärmelehre, 9., verbesserte Auflage, Hanser
- Hammer / Hammer, Sammlung physikalischer Formeln und Konstanten, 5. Auflage, J. Lindauer Verlag, München
- Wikipedia Überschriften, Gaskonstante, Boltzmann-Konstante, Logarithmus
- Prof. Dr. Rudolf Gross und Dr. Achim Marx, Physik I, Vorlesungsskript WS 1999/2000, Walther-Meissner-Institut Bayerische Akademie der Wissenschaften und TU-München