



4. September 2015  
Ausführlich  
5 Seiten

Josef Braun Pesenlern 61 85456 Wartenberg	Tel.: 08762/2974 Am besten Mo – Do von 10 Uhr – 12 Uhr
---	--

E-Mail: [Braun-Wartenberg@t-online.de](mailto:Braun-Wartenberg@t-online.de)  
Homepage: [ive.xyz](http://ive.xyz)

## Zum k-Raum der Quantentheorie

### Inhaltsverzeichnis:

1. Mögliche Eigenschwingungen oder Moden im Hohlraum
2. Zwischenbetrachtung
3. Tatsächlich mögliche Eigenschwingungen oder Moden
4. Zusammenfassung
5. Literaturverzeichnis

### Einleitung:

Der k-Wert ist grob gesagt die Wellenzahl oder der Kehrwert der Wellenlänge. Hat man eine Wellenlänge von 0,5 Meter, so ist die Wellenzahl 2 pro Meter. Das kann man jetzt auf den Kreis beziehen mit  $2\pi$  und Moden sind einfach Halbwellen, die Hälfte einer Welle.

# 1. Mögliche Eigenschwingungen oder Moden im Hohlraum

Wegen der Einfachheit der Spezialfall des Würfels mit der Kantenlänge  $a$  (siehe Bild 1).\*

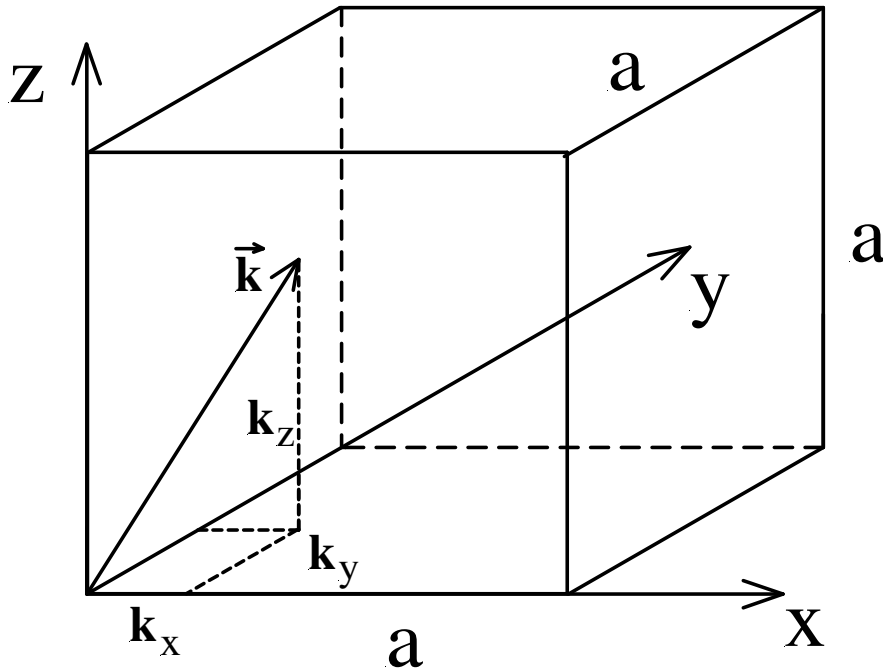
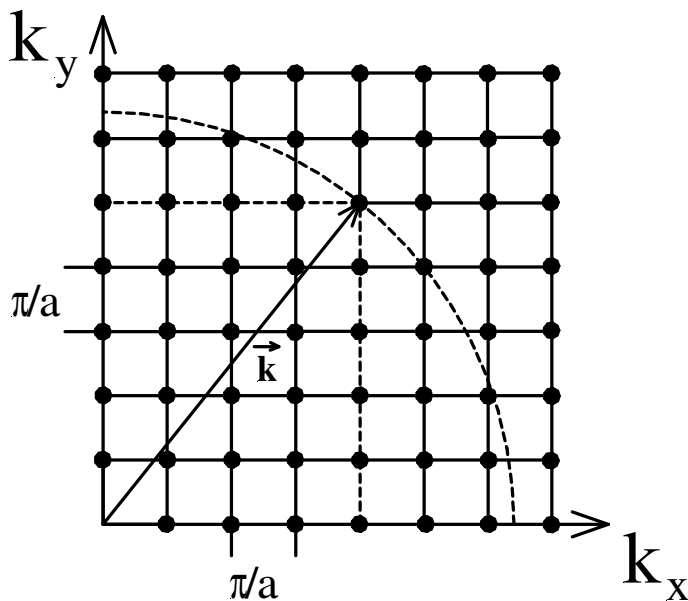


Bild 1: Darstellung im Ortsraum

Nachfolgendes Bild 2 zeigt prinzipiell einen  $k$ -Raum zweidimensional,  $k$ -Vektor mit  $k_y$  und  $k_x$ .



Es gibt genauso viele Eigenschwingungen im Hohlraum wie Gitterpunkte im  $k$ -Raum. Die Wellenlänge ist  $\lambda \ll 2a$  und die Zahl der Gitterpunkte normal viel größer als dargestellt.

In dreidimensionaler, nur veranschaulichter, Darstellung (Bild 3) wird die Zahl  $N$  der Gitterpunkte durch die Zahl der Einheitszellen mit dem Volumen  $V_E (\pi/a)^3$  gut angenähert.

Bild 2: Prinzipiell  $k$ -Raum zweidimensional

\* Vgl. in Folgen Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer, Seite 204-205

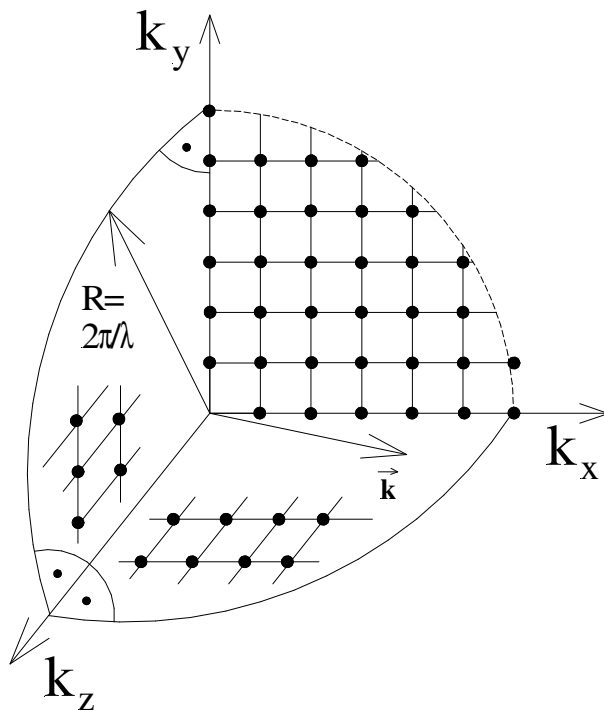


Bild 3: Dreidimensionaler k-Raum

Im Kugeloktanten, Achtelkugel mit dem Volumen  $V_K$  im k-Raum ( $w$  als Frequenz,  $c$  als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $k=w/c$ ).

$$V_K = 1/8(4\pi/3)k^3 = \pi/6(w/c)^3$$

$$N = V_K / V_E = \pi/6(aw/(\pi c))^3$$

Wegen einer Polarisation ergibt sich noch  $N = \pi/3(aw/(\pi c))^3$  daraus

$$N = 8\pi v^3 a^3 / (3c^3) \text{ wobei } v = w/(2\pi)$$

Dividiert man durch das Volumen des Würfels  $V = a^3$  ergeben sich die Zahl der Moden pro Volumeneinheit  $n = N/V = 8\pi v^3 / (3c^3)$  und  $dn/dv = 8\pi v^2 / c^3$  heißt dann spektrale Modendichte.

## 2. Zwischenbetrachtung

Es wird immer das Volumen der Achtelkugel genommen egal wie der k-Vektor liegt.

## 3. Tatsächlich mögliche Eigenschwingungen oder Moden

Real wird die Maximalzahl der Gitterpunkte, Moden trotzdem durch optimaler Ausrichtung des k-Vektors sehr stark eingeschränkt. Dies zeigt folgendes Bild 4.

Das Maximale Volumen ergibt einen anderen Würfel, einen im k-Raum (siehe Bild 5), dieser hat ein ca. 2,75 – fach kleineres Volumen als die Achtelkugel (auch wenn der Radius anders ist), mehr ist nicht möglich. D.h. dass die spektrale Modendichte aus dieser Sicht ca. um den Faktor 3 kleiner ist als in vergangener Literatur.

$$dn/dv \text{ (neu)} \approx 1/3(8\pi v^2/c^3)$$

## 4. Zusammenfassung

Da die spektrale Modendichte neben der mittleren Energie ( $dn/dv E_{\text{mittl.}} = u$ ) Grundlage der Planckschen Strahlungsformel  $u = 8\pi h v^3 / (c^3 (e^{hv/(kT)} - 1))$  ist, so ist die gemessene Energieverteilung tatsächlich zur theoretischen Herleitung nicht wirklich zu begründen, da  $u \text{ (neu)} \approx 1/3 u$

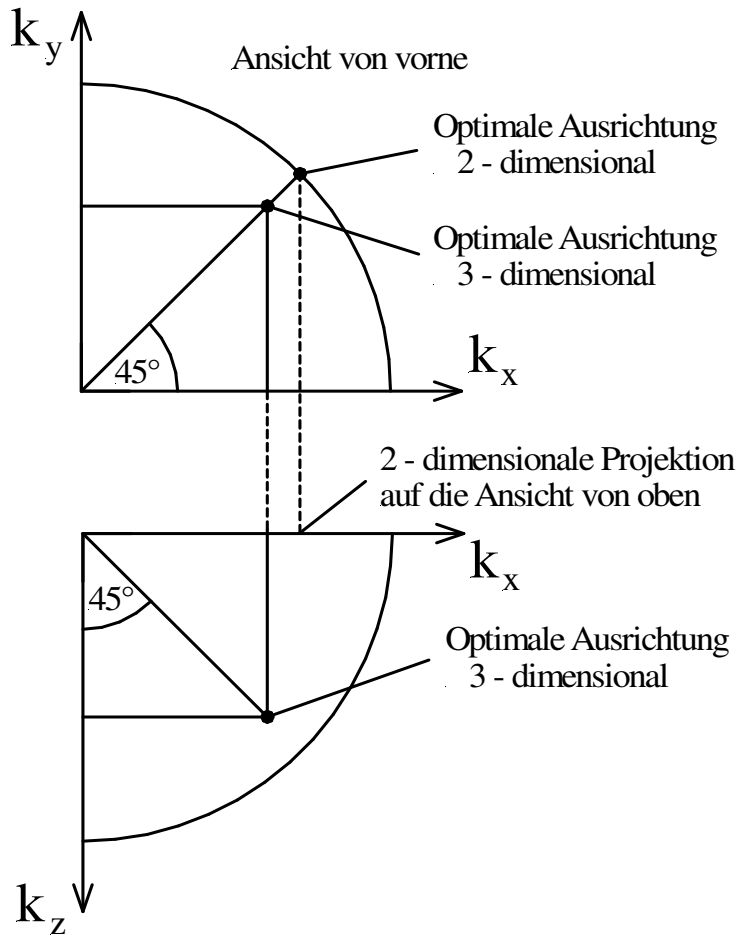


Bild 4: Maximalzahl Gitterpunkte mit Volumenvergleich

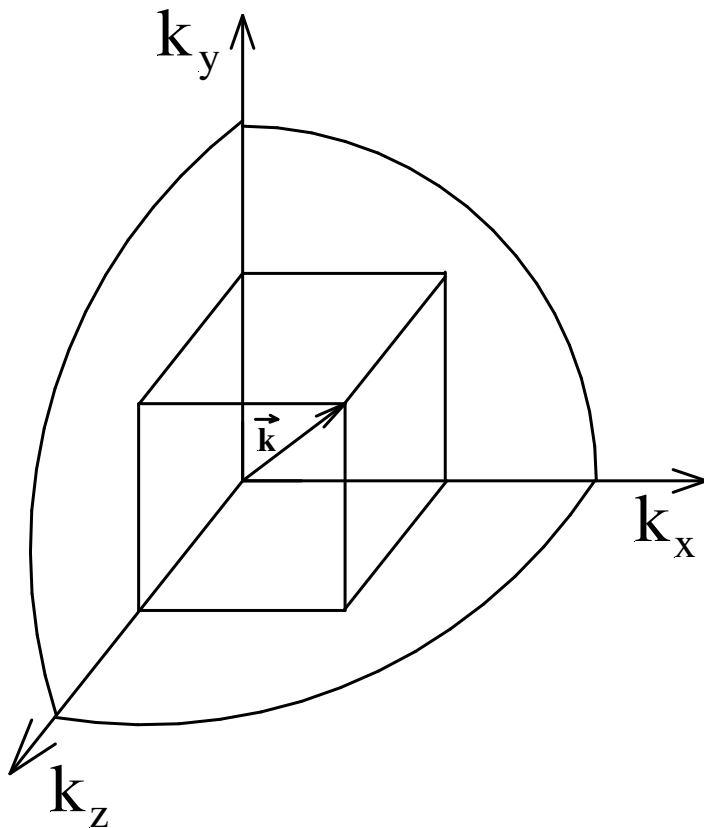


Bild 5: Würfel im k-Raum

## 5. Literaturverzeichnis

- Dieter Meschede, Gerthsen Physik, 24. überarbeitete Auflage, Springer
- Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2, 4. überarbeitete und erweiterte Auflage und 6. Auflage, Springer
- Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 3, 3. überarbeitete Auflage, Springer
- Taschenbuch der Physik, herausgegeben von Prof. Dr. Horst Stöcker, 4. korrigierte Auflage, Verlag Harri Deutsch
- Pedro Waloschek, Wörterbuch Physik, Tosa, Lizenzausgabe 2006
- Lexikon der Physik, 6 Bände, Spektrum Akademischer Verlag 1999
- Wikipedia, Überschriften: Moden, Wellenzahl, Phasengeschwindigkeit, Brechungsindex, Phase, Max Planck, Plancksches Strahlungsgesetz, Plancksches Wirkungsquantum (hier auch auf einige Weblinks und Einzelnachweise), Annalen der Physik, Wiensches Strahlungsgesetz, Wilhelm Wien, Wiensches Verschiebungsgesetz, Josef Stefan, Ludwig Boltzmann, Rayleigh-Jeans-Gesetz, Phasenraum, Hohlraumstrahlung, Debye-Modell, Dispersionsrelation, Polarisation auch unter dem Bereich Antennen, Polarisationsgrad (unter Stokes-Parameter), Wellenvektor, Reziproker Raum, Zustandsdichte
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, 1.Mitteilung, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1897, I. S. 57-68
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, 2.Mitteilung, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1897, II. S. 715-717
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, 3.Mitteilung, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1897, II. S. 1122-1145
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, 4.Mitteilung, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1898, II. S. 449-476
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, 5.Mitteilung, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1899, I. S. 440-480
- Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, Nachtrag, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1901, I. S. 544-555
- Planck, Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum, Annalen der Physik, 1901, S. 553-563
- Planck, Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1900, S. 237-245,
- Planck, Über eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1900, S. 202-204,
- W. Wien, Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (heute Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften), 1893, S. 55-62
- W. Wien, Ueber die Energievertheilung im Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers, Annalen der Physik, 1896, S. 662-669
- Prof. Dr. Rudolf Gross, Physik IV, Vorlesungsskript SS 2003, Walther-Meissner-Institut Bayerische Akademie der Wissenschaften und TU-München
- Prof. Dr. Rudolf Gross und Dr. Achim Marx, Physik I, Vorlesungsskript WS 1999/2000, Walther-Meissner-Institut Bayerische Akademie der Wissenschaften und TU-München
- Prof. Dr. Rudolf Gross, Physik III, Vorlesungsskript WS 2002/2003, Walther-Meissner-Institut Bayerische Akademie der Wissenschaften und TU-München
- Skript Vorlesung Experimentalphysik 3, TU-München, WS 11/12

Und ich danke allen, denen ich zu danken habe.